

**Бюджетное общеобразовательное учреждение
Ханты-Мансийского автономного округа - Югры
«Лицей им. Г. Ф. Атякшева»**

Приложение к
основной образовательной программе
среднего общего образования
(приказ от 29.08.2025 № 10/52-ОД-477)

**Рабочая программа учебного курса
«Вероятность и статистика» (углубленный уровень)
10-11 классы**

(наименование учебного предмета, классы)

Зуйкова Елена Викторовна, учитель математики
(Ф.И.О. учителя, составившего рабочую программу)

Югорск, 2025 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня на уровне среднего общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различные рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть учебного курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в учебный курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В учебном курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы

рассеивания», изученную на уровне основного общего образования, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне – последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне отводится 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

11 КЛАСС

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданское воспитание:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотическое воспитание:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственное воспитание:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетическое воспитание:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физическое воспитание:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здравое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудовое воспитание:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологическое воспитание:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу 10 класса обучающийся научится:

свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;

свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями;

находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;

применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;

свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случным выбором из конечной совокупности;

свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

К концу 11 класса обучающийся научится:

оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;

свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;

свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;

вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

**Проверяемые требования к результатам освоения основной
образовательной программы (10 класс)**

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
1	Числа и вычисления
1.1	Оперировать понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты
1.2	Выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами
1.3	Выполнять приближенные вычисления, используя правила округления, делать прикидку и оценку результата вычислений
1.4	Оперировать понятиями: степень с целым показателем, стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени; использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных
1.5	Оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла; использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции
2	Уравнения и неравенства
2.1	Оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство, тригонометрическое уравнение
2.2	Выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения
2.3	Выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств
2.4	Применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
2.5	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
3	Функции и графики
3.1	Оперировать понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции
3.2	Оперировать понятиями: четность и нечетность функций, нули функции, промежутки знакопостоянства
3.3	Использовать графики функций для решения уравнений

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
3.4	Строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем
3.5	Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами
4	Начала математического анализа
4.1	Оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии
4.2	Оперировать понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии
4.3	Задавать последовательности различными способами
4.4	Использовать свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера
5	Множества и логика
5.1	Оперировать понятиями: множество, операции над множествами
5.2	Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов
5.3	Оперировать понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство
6	Теория вероятностей и статистика
6.1	Читать и строить таблицы и диаграммы
6.2	Оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных
6.3	Оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности в опытах с равновозможными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах
6.4	Находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию; пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач
6.5	Оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события; находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
	дерева случайного опыта
6.6	Применять комбинаторное правило умножения при решении задач
6.7	Оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача; находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли
6.8	Оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения
7	Геометрия
7.1	Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость
7.2	Применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач
7.3	Оперировать понятиями: параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей
7.4	Классифицировать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве
7.5	Оперировать понятиями: двугранный угол, грани двугранного угла, ребро двугранного угла, линейный угол двугранного угла, градусная мера двугранного угла
7.6	Оперировать понятиями: многогранник, выпуклый и невыпуклый многогранник, элементы многогранника, правильный многогранник
7.7	Распознавать основные виды многогранников (пирамида, призма, прямоугольный параллелепипед, куб)
7.8	Классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации (выпуклые и невыпуклые многогранники, правильные многогранники, прямые и наклонные призмы, параллелепипеды)
7.9	Оперировать понятиями: секущая плоскость, сечение многогранников
7.10	Объяснять принципы построения сечений многогранников, используя метод следов
7.11	Строить сечения многогранников методом следов, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу
7.12	Решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление расстояний между

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
	двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми
7.13	Решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление углов между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, двугранных углов
7.14	Вычислять объемы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул, вычислять соотношения между площадями поверхностей, объемами подобных многогранников
7.15	Оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры
7.16	Извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках
7.17	Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме
7.18	Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач
7.19	Приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве
7.20	Применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

Проверяемые элементы содержания (10 класс)

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни

Код	Проверяемый элемент содержания
1.2	Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближенные вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений
1.3	Степень с целым показателем. Стандартная форма записи действительного числа. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных
1.4	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени
1.5	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента
2	Уравнения и неравенства
2.1	Тождества и тождественные преобразования
2.2	Преобразование тригонометрических выражений. Основные тригонометрические формулы
2.3	Уравнение, корень уравнения. Неравенство, решение неравенства. Метод интервалов
2.4	Решение целых идробно-рациональных уравнений и неравенств
2.5	Решение иррациональных уравнений и неравенств
2.6	Решение тригонометрических уравнений
2.7	Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
3	Функции и графики
3.1	Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции
3.2	Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Четные и нечетные функции
3.3	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Ее свойства и график. Свойства и график корня n -ой степени
3.4	Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента
4	Начала математического анализа
4.1	Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности
4.2	Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической

Код	Проверяемый элемент содержания
	прогрессии. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера
5	Множества и логика
5.1	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера - Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов
5.2	Определение, теорема, следствие, доказательство
6	Теория вероятностей и статистика
6.1	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов
6.2	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями
6.3	Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей
6.4	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события
6.5	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона
6.6	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернуlli
6.7	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное
7	Геометрия
7.1	Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них
7.2	Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трех прямых, параллельность прямой и плоскости. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, куб, параллелепипед, построение сечений

Код	Проверяемый элемент содержания
7.3	Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах
7.4	Понятие многогранника, основные элементы многогранника, выпуклые и невыпуклые многогранники, развертка многогранника. Призма: n-угольная призма, грани и основания призмы, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Пирамида: n-угольная пирамида, грани и основание пирамиды, боковая и полная поверхность пирамиды, правильная и усеченная пирамида. Элементы призмы и пирамиды. Правильные многогранники: понятие правильного многогранника, правильная призма и правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр Сечения призмы и пирамиды
7.5	Симметрия в пространстве: симметрия относительно точки, прямой, плоскости. Элементы симметрии в пирамидах, параллелепипедах, правильных многогранниках
7.6	Вычисление элементов многогранников: ребра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усеченной пирамиды. Понятие об объеме. Объем пирамиды, призмы
7.7	Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объемами подобных тел

Проверяемые требования к результатам освоения основной образовательной программы (11 класс)

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
1	Числа и вычисления
1.1	Оперировать понятиями: натуральное, целое число; использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач
1.2	Оперировать понятием: степень с рациональным показателем
1.3	Оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
	логарифмы
2	Уравнения и неравенства
2.1	Применять свойства степени для преобразования выражений, оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство; решать основные типы показательных уравнений и неравенств
2.2	Выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы; оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство; решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств
2.3	Находить решения простейших тригонометрических неравенств
2.4	Оперировать понятиями: система линейных уравнений и ее решение; использовать систему линейных уравнений для решения практических задач
2.5	Находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств
2.6	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
3	Функции и графики
3.1	Оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; использовать их для исследования функций, заданной графиком
3.2	Оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций; изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств
3.3	Изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений
3.4	Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей из других учебных дисциплин
4	Начала математического анализа
4.1	Оперировать понятиями: непрерывная функция, производная функции; использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач
4.2	Находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
4.3	Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков
4.4	Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
4.5	Оперировать понятиями: первообразная и интеграл; понимать геометрический и физический смысл интеграла
4.6	Найти первообразные элементарных функций, вычислять интеграл по формуле Ньютона - Лейбница
4.7	Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа
5	Теория вероятностей и статистика
5.1	Сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм
5.2	Оперировать понятием математического ожидания, приводить примеры того, как применяется математическое ожидание случайной величины, находить математическое ожидание по данному распределению
5.3	Иметь представление о законе больших чисел
5.4	Иметь представление о нормальном распределении
6	Геометрия
6.1	Оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, цилиндр, коническая поверхность, образующие конической поверхности, конус, сферическая поверхность
6.2	Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар)
6.3	Объяснять способы получения тел вращения
6.4	Классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости
6.5	Оперировать понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента, шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя, шаровой сектор
6.6	Вычислять объемы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул
6.7	Оперировать понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
6.8	Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел
6.9	Изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов
6.10	Выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения
6.11	Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках
6.12	Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме
6.13	Оперировать понятием: вектор в пространстве
6.14	Выполнять действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, объяснять, какими свойствами они обладают
6.15	Применять правило параллелепипеда при сложении векторов
6.16	Оперировать понятиями: декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные и компланарные векторы
6.17	Находить сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам
6.18	Задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат
6.19	Решать простейшие геометрические задачи на применение векторно-координатного метода
6.20	Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные методы при решении стандартных математических задач
6.21	Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач
6.22	Приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
6.23	Применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

Проверяемые элементы содержания (11 класс)

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел
1.2	Степень с рациональным показателем. Свойства степени
1.3	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы
2	Уравнения и неравенства
2.1	Преобразование выражений, содержащих логарифмы
2.2	Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем
2.3	Примеры тригонометрических неравенств
2.4	Показательные уравнения и неравенства
2.5	Логарифмические уравнения и неравенства
2.6	Системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений
2.7	Системы и совокупности рациональных уравнений и неравенств
2.8	Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
3	Функции и графики
3.1	Функция. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
3.2	Тригонометрические функции, их свойства и графики
3.3	Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики

Код	Проверяемый элемент содержания
3.4	Использование графиков функций для решения уравнений и линейных систем
3.5	Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни
4	Начала математического анализа
4.1	Непрерывные функции. Метод интервалов для решения неравенств
4.2	Производная функции. Геометрический и физический смысл производной
4.3	Производные элементарных функций. Формулы нахождения производной суммы, произведения и частного функций
4.4	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
4.5	Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком
4.6	Первообразная. Таблица первообразных
4.7	Интеграл, его геометрический и физический смысл. Вычисление интеграла по формуле Ньютона - Лейбница
5	Теория вероятностей и статистика
5.1	Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение. Примеры применения математического ожидания, в том числе в задачах из повседневной жизни. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия геометрического и биномиального распределений
5.2	Закон больших чисел и его роль в науке, природе и обществе. Выборочный метод исследований
5.3	Примеры непрерывных случайных величин. Понятие о плотности распределения. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Понятие о нормальном распределении
6	Геометрия
6.1	Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, ось цилиндрической поверхности. Цилиндр: основания и боковая поверхность, образующая и ось, площадь боковой и полной поверхности
6.2	Коническая поверхность, образующие конической поверхности, ось и вершина конической поверхности. Конус: основание и вершина, образующая и ось, площадь боковой и полной поверхности. Усеченный конус:

Код	Проверяемый элемент содержания
	образующие и высота, основания и боковая поверхность
6.3	Сфера и шар: центр, радиус, диаметр, площадь поверхности сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере, площадь сферы
6.4	Изображение тел вращения на плоскости. Разворотка цилиндра и конуса
6.5	Комбинации тел вращения и многогранников. Многогранник, описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник, или тело вращения
6.6	Понятие об объеме. Основные свойства объемов тел. Теорема об объеме прямоугольного параллелепипеда и следствия из нее. Объем цилиндра, конуса. Объем шара и площадь сферы
6.7	Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объемами подобных тел
6.8	Сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара
6.9	Вектор на плоскости и в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Правило параллелепипеда. Решение задач, связанных с применением правил действий с векторами
6.10	Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач

Для проведения единого государственного экзамена по математике (далее - ЕГЭ по математике) используется перечень (кодификатор) проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания. При проведении ЕГЭ по математике базового уровня из перечня (кодификатора) выбираются позиции, соответствующие федеральной рабочей программе по математике (базовый уровень)

Проверяемые на ЕГЭ по математике
требования к результатам освоения основной образовательной программы
среднего общего образования

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования
1	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать и оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; применять их; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры,

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования
	использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов; умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач
2	Умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; умение оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул; умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3 , определитель матрицы, геометрический смысл определителя
3	Умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
4	Умение оперировать понятиями: функция, четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования
	функции на промежутке, непрерывная функция, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений
5	Умение оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, рациональная функция, степенная функция, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков функций, использовать графики для изучения процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем
6	Умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат
7	Умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования
	наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии
8	Умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; умение оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат
9	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи
10	Умение оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, многогранник, правильный многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования
	необходимые дополнительные построения
11	Умение оперировать понятиями: движение в пространстве, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; использовать геометрические отношения при решении задач; находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы, в том числе: площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы; объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур
12	Умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов
13	Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки

Перечень элементов содержания, проверяемых на ЕГЭ по математике

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел
1.2	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби
1.3	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени
1.4	Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени
1.5	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента

Код	Проверяемый элемент содержания
1.6	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы
1.7	Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближенные вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений
1.8	Преобразование выражений
1.9	Комплексные числа
2	Уравнения и неравенства
2.1	Целые идробно-рациональные уравнения
2.2	Иррациональные уравнения
2.3	Тригонометрические уравнения
2.4	Показательные и логарифмические уравнения
2.5	Целые идробно-рациональные неравенства
2.6	Иррациональные неравенства
2.7	Показательные и логарифмические неравенства
2.8	Тригонометрические неравенства
2.9	Системы и совокупности уравнений и неравенств
2.10	Уравнения, неравенства и системы с параметрами
2.11	Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы
3	Функции и графики
3.1	Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции. Четные и нечетные функции. Периодические функции
3.2	Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
3.3	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Ее свойства и график. Свойства и график корня n-ой степени
3.4	Тригонометрические функции, их свойства и графики
3.5	Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики
3.6	Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке
3.7	Последовательности, способы задания последовательностей

Код	Проверяемый элемент содержания
3.8	Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула сложных процентов
4	Начала математического анализа
4.1	Производная функции. Производные элементарных функций
4.2	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
4.3	Первообразная. Интеграл
5	Множества и логика
5.1	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера - Венна
5.2	Логика
6	Вероятность и статистика
6.1	Описательная статистика
6.2	Вероятность
6.3	Комбинаторика
7	Геометрия
7.1	Фигуры на плоскости
7.2	Прямые и плоскости в пространстве
7.3	Многогранники
7.4	Тела и поверхности вращения
7.5	Координаты и векторы

СИСТЕМА ОЦЕНКИ ДОСТИЖЕНИЯ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Оценка устных ответов

Ответ оценивается **отметкой «5»**, если обучающийся:

- полностью раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно, без ошибок используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, необходимые для изложения теории или решения задачи;
- продемонстрировал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их при выполнении практического задания (если

такое предусмотрено);

- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость использованных при ответе умений и навыков; отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов учителя, демонстрируя сформированность монологической речи и полное владение содержанием.

Возможны 1–2 неточности при освещении второстепенных вопросов или недочетов в решении задач (если такие предусмотрены), которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Ответ оценивается **отметкой «4»**, если обучающийся:

- раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности;
- выполнил рисунки, чертежи, графики, необходимые для изложения теории или решения задачи;
- продемонстрировал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их при решении задач (если такие предусмотрены);
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость использованных при ответе умений и навыков; но при этом:
 - допустил небольшие неточности в формулировке математических утверждений, не исказившие математического содержания ответа, исправленные по замечанию учителя;
 - допустил ошибки или более 2 неточностей при освещении второстепенных вопросов/недочетов в решении задач (если такие предусмотрены), которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Отметка «3» за ответ ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыл содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала;
- демонстрировал затруднения или допускал ошибки в определении понятий и использовании математической терминологии, символике, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;
- не справился с применением теории при решении задач, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме (если такие предусмотрены).

Отметка «2» за ответ ставится в следующих случаях:

- не раскрыл основное содержание учебного материала;
- обнаружил незнание или непонимание обучающимся большей или наиболее важной части учебного материала;
- допустил ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя;
- обнаружил незнание и непонимание изучаемого материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу.

Оценка письменных работ

- обучающийся не достиг удовлетворительного (обязательного) уровня подготовки (**отметка «2»**), если он набрал менее 55% баллов;

- обучающийся достиг удовлетворительного (обязательного) уровня подготовки (**отметка не ниже «3»**), если он набрал не менее 55% баллов;
 - обучающийся достиг повышенного уровня (**отметка не ниже «4»**), если он набрал не менее 65% общего числа баллов;
 - обучающийся достиг высокого уровня (**отметка «5»**), если он набрал не менее 85% общего числа баллов.

Оценка тестовых заданий

- не менее 70% – **отметка «3»;**
- не менее 80% – **отметка «4»;**
- не менее 90% – **отметка «5».**

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Элементы теории графов	3			http://school-collection.edu.ru/
2	Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	3			http://school-collection.edu.ru/
3	Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события	5			http://school-collection.edu.ru/
4	Элементы комбинаторики	8		1	http://school-collection.edu.ru/
5	Случайные величины и распределения	13			http://school-collection.edu.ru/
6	Повторение и обобщение материала	2			http://school-collection.edu.ru/
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	0	1	

11 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Закон больших чисел	5		1	http://school-collection.edu.ru/
2	Элементы математической статистики	5		1	http://school-collection.edu.ru/
3	Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения	5			http://school-collection.edu.ru/
4	Распределение Пуассона	2		1	http://school-collection.edu.ru/
5	Связь между случайными величинами	6		1	http://school-collection.edu.ru/
6	Обобщение и систематизация знаний	11	1		http://school-collection.edu.ru/
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	4	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Граф, связный граф. Степень (валентность) вершины. Путь в графе.	1			1 неделя	http://school-collection.edu.ru/
2	Цепи и циклы. Графы на плоскости.	1			2 неделя	http://school-collection.edu.ru/
3	Дерево случайного эксперимента.	1			3 неделя	http://school-collection.edu.ru/
4	Случайные эксперименты. Случайные события.	1			4 неделя	http://school-collection.edu.ru/
5	Элементарные события.	1			5 неделя	http://school-collection.edu.ru/
6	Вероятности событий в опытах с равновозможными исходами.	1			6 неделя	http://school-collection.edu.ru/
7	Диаграммы Эйлера. Пересечение и объединение событий. Противоположные события.	1			7 неделя	http://school-collection.edu.ru/
8	Формула сложения вероятностей.	1			8 неделя	http://school-collection.edu.ru/
9	Условная вероятность. Формула умножения вероятностей и	1			9 неделя	http://school-collection.edu.ru/

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		всего	Контрольные работы	Практические работы		
	последовательный выбор.					
10	Формула полной вероятности и формула Байеса.	1			10 неделя	http://school-collection.edu.ru/
11	Независимые случайные события.	1			11 неделя	http://school-collection.edu.ru/
12	Примеры комбинаторных задач. Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал числа.	1			12 неделя	http://school-collection.edu.ru/
13	Число сочетаний и треугольник Паскаля.	1			13 неделя	http://school-collection.edu.ru/
14	Формула бинома Ньютона.	1			14 неделя	http://school-collection.edu.ru/
15	Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха.	1			15 неделя	http://school-collection.edu.ru/
16	Серия независимых испытаний Бернулли.	1			16 неделя	http://school-collection.edu.ru/
17	Случайный выбор из конечной совокупности.	1			17 неделя	http://school-collection.edu.ru/
18	Решение задач по теме: Серии последовательных испытаний.	1			18 неделя	http://school-collection.edu.ru/

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		всего	Контрольные работы	Практические работы		
19	Практическая работа с использованием электронных таблиц.	1			19 неделя	http://school-collection.edu.ru/
20	Случайная величина и распределение вероятностей.	1			20 неделя	http://school-collection.edu.ru/
21	Операции над случайными величинами.	1			21 неделя	http://school-collection.edu.ru/
22	Геометрическое распределение.	1			22 неделя	http://school-collection.edu.ru/
23	Биномиальное распределение.	1			23 неделя	http://school-collection.edu.ru/
24	Математическое ожидание случайной величины.	1			24 неделя	http://school-collection.edu.ru/
25	Совместное распределение двух случайных величин.	1			25 неделя	http://school-collection.edu.ru/
26	Независимые случайные величины.	1			26 неделя	http://school-collection.edu.ru/
27	Свойства математического ожидания.	1			27 неделя	http://school-collection.edu.ru/
28	Математическое ожидание геометрического распределения.	1			28 неделя	http://school-collection.edu.ru/

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		всего	Контрольные работы	Практические работы		
29	Математическое ожидание биномиального распределения.	1			29 неделя	http://school-collection.edu.ru/
30	Дисперсия и стандартное отклонение.	1			30 неделя	http://school-collection.edu.ru/
31	Свойства дисперсии. Дисперсия бинарной случайной величины.	1			31 неделя	http://school-collection.edu.ru/
32	Дисперсия биномиального распределения.	1			32 неделя	http://school-collection.edu.ru/
33	Повторение. Решение задач	1			33 неделя	http://school-collection.edu.ru/
34	Повторение и обобщение материала.	1			34 неделя	http://school-collection.edu.ru/
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	0	1		

11 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева	1			1 неделя	http://school-collection.edu.ru/
2	Закон больших чисел	1			2 неделя	http://school-collection.edu.ru/
3	Теорема Бернулли	1			3 неделя	http://school-collection.edu.ru/
4	Выборочный метод исследований	1			4 неделя	http://school-collection.edu.ru/
5	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1	5 неделя	http://school-collection.edu.ru/
6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1			6 неделя	http://school-collection.edu.ru/
7	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1			7 неделя	http://school-collection.edu.ru/

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
8	Оценивание вероятностей событий по выборке	1			8 неделя	http://school-collection.edu.ru/
9	Точечные оценки законов распределения	1			9 неделя	http://school-collection.edu.ru/
10	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1	10 неделя	http://school-collection.edu.ru/
11	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности	1			11 неделя	http://school-collection.edu.ru/
12	Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям	1			12 неделя	http://school-collection.edu.ru/
13	Функция плотности вероятности показательного распределения	1			13 неделя	http://school-collection.edu.ru/
14	Функция плотности вероятности нормального распределения	1			14 неделя	http://school-collection.edu.ru/
15	Задачи приводящие к показательному и нормальному распределению	1			15 неделя	http://school-collection.edu.ru/

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
16	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона	1			16 неделя	http://school-collection.edu.ru/
17	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1	17 неделя	http://school-collection.edu.ru/
18	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции	1			18 неделя	http://school-collection.edu.ru/
19	Совместные наблюдения двух величин	1			19 неделя	http://school-collection.edu.ru/
20	Выборочный коэффициент корреляции	1			20 неделя	http://school-collection.edu.ru/
21	Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия	1			21 неделя	http://school-collection.edu.ru/
22	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	1			22 неделя	http://school-collection.edu.ru/
23	Практическая работа с	1		1	23 неделя	http://school-collection.edu.ru/

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
	использованием электронных таблиц					
24	Подготовка к итоговой контрольной работе	1			24 неделя	http://school-collection.edu.ru/
25	Контрольная работа «Вероятность и статистика»	1	1		25 неделя	http://school-collection.edu.ru/
26	Повторение. Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика	1			26 неделя	http://school-collection.edu.ru/
27	Повторение. Опыты с равновозможными элементарными событиями	1			27 неделя	http://school-collection.edu.ru/
28	Повторение. Вычисление вероятностей событий с применением формул	1			28 неделя	http://school-collection.edu.ru/
29	Повторение. Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера	1			29 неделя	http://school-collection.edu.ru/
30	Повторение. Случайные величины и	1			30 неделя	http://school-collection.edu.ru/

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
	распределения					
31	Повторение. Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины	1			31 неделя	http://school-collection.edu.ru/
32	Повторение. Математическое ожидание случайной величины	1			32 неделя	http://school-collection.edu.ru/
33	Повторение. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1			33 неделя	http://school-collection.edu.ru/
34	Повторение. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1			34 неделя	http://school-collection.edu.ru/
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	4		

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

1. Математика. Вероятность и статистика:10-й класс: базовый и углубленный уровни: учебное пособие / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев, - 2-е изд., стер.- Москва: Просвещение, 2024.
2. Математика. Вероятность и статистика: 11-й класс: базовый и углубленный уровни: учебное пособие / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев, - 2-е изд., стер.- Москва: Просвещение, 2024.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

1. Математика. Вероятность и статистика:10-й класс: базовый и углубленный уровни: учебное пособие / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев, - 2-е изд., стер.- Москва: Просвещение, 2024.
2. Математика. Вероятность и статистика: 11-й класс: базовый и углубленный уровни: учебное пособие / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев, - 2-е изд., стер.- Москва: Просвещение, 2024.

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

<http://school-collection.edu.ru/>

КИМ 10 класс

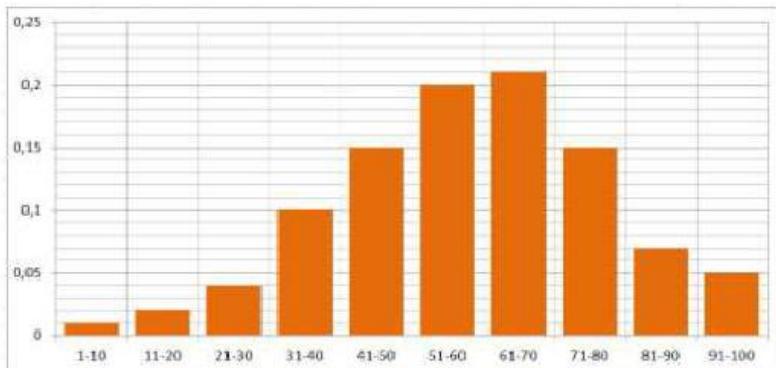
Контрольная работа № 1

1. В клубе 25 спортсменов. Сколькоими способами из них можно составить команду из четырех человек для участия в четырехэтапной эстафете с учетом порядка пробега этапов?
 2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь один раз?
 3. Решите уравнение $A_{x-1}^2 - C_x^1 = 98$.
 4. Напишите разложение степени бинома $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^5$.
-
5. Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты. Какова вероятность извлечь при этом карты одинаковой масти?
-
6. На прямой взяты 6 точек, а на параллельной ей прямой – 7 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

Контрольная работа № 2

В заданиях 1–3 запишите только ответ.

1. На основе данных за несколько лет построена гистограмма количества баллов, полученных студентами на экзамене по теории вероятностей. Максимальный возможный результат — 100 баллов. По горизонтальной оси отмечено количество баллов, а по вертикальной — частоты.



На основе этих данных найдите вероятность того, что случайно выбранный студент получил на экзамене по теории вероятностей от 41 до 70 баллов.

2. По данным выборочного обследования состояния здоровья населения, проведённого Росстата в 2021 году, в России 57 % женщин и 41 % мужчин используют очки или контактные линзы. Известно, что доля женщин среди всего населения России составляет 54 %. Какова вероятность того, что случайно выбранный житель России использует очки или контактные линзы? Результат округлите до тысячных.

3. Баскетболист бросает мяч в корзину два раза. Вероятность попадания при каждом отдельном броске равна 0,6.
а) Запишите распределение случайной величины X «количество попаданий».
б) Найдите математическое ожидание случайной величины X .

В заданиях 4–6 запишите полное решение и ответ.

4. Студент выучил 6 билетов из 32. На экзамене преподаватель даёт вопросы по 4 случайно выбранным билетам. Какова вероятность того, что из четырёх выбранных билетов студент выучил хотя бы два?

5. Пользователь забыл пароль от компьютера, но помнит, что он состоит из восьми различных цифр, расположенных в порядке убывания. Какова вероятность того, что пользователю понадобится не более трёх попыток, чтобы угадать пароль?

6. *Совместное распределение двух случайных величин* — таблица, которая показывает вероятность каждой пары значений этих величин. Например, в данном совместном распределении вероятность события $(X = 2; Y = 1)$ равна 0,36.

$\backslash X$	-1	2	5
1	0,06	0,36	0,18
3	0,04	0,24	0,12

- а) Найдите вероятность события $2Y - X < 2$.
б) Покажите, что случайные величины X и Y независимы.
в) Найдите математическое ожидание случайной величины $P = XY$.

КИМ 11 класс

1. В группе туристов 30 человек. Их вертолётом в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта.

2. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,76. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

3. В случайному эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых.

4. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

5. В магазине три продавца. Каждый из них занят обслуживанием клиента с вероятностью 0,7 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты.

6. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру дня кофе останется в обоих автоматах.